Fonctions exponentielles

Nationaux de 2010 à 2021- 2ème Bac sciences économiques et de gestion

Rattrapage 2021 (Ex.1)

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$h(x) = \left(\frac{1}{x} + 2\right)e^x$$

1. Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty} h(x) \quad \text{et} \quad \lim_{x\to-\infty} h(x) \quad \text{et} \quad \lim_{\substack{x\to0\\x>0}} h(x) \quad \text{et} \quad \lim_{\substack{x\to0\\x<0}} h(x)$$

2. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^*,\ h'(x) = \left(2x^2 + x - 1\right)\dfrac{e^x}{x^2}$

Rattrapage 2021 (Ex.2)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système : $\begin{cases} u + 2v = 7 \\ 4u - v = 1 \end{cases}$

2. En déduire que le couple $(0, \ln 3)$ est la solution du système :

$$\begin{cases} e^x + 2e^y = 7 \\ 4e^x - e^y = 1 \end{cases}$$

Ordinaire 2021

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1. Calculer les limites suivantes :

1.a. $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2}{x} + \frac{e^x}{e^x - 1}\right)$

1.b. $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\left(2x + \frac{e^x}{e^x - 1}\right)$

1.c. $\displaystyle\lim_{\substack{x\to0\\x>0}}\left(\frac{e^x - 1}{x^2}\right)$

2. 2.a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $t^2 + t - 2 = 0$

2.b. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation suivante :

$$e^{2x} + e^x - 2 = 0$$

3. Donner une primitive H de la fonction h définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$h(x) = e^x + \frac{2\ln x}{x}$$

Rattrapage 2020

On considère la fonction numérique h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = (x^2 + 1)e^x - 1$$

1. Montrer que $h'(x) = (x+1)^2 e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
2. Donner le signe de $h'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Calculer $h(0)$ puis dresser le tableau de variations de h (le calcul des limites n'est pas demandé)
4. Étudier à partir du tableau de variations le signe de $h(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Ordinaire 2020

On considère la fonction numérique h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = e^x - x - 1$$

1. Calculer $h'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
2. Étudier le signe de $h'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Calculer $h(0)$ et dresser le tableau de variations de h (sans calculer les limites)
4. En déduire que $h(x) \geqslant 0$ sur $\mathbb{R}$.

Ordinaire 2019

Partie I :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - x$$

1. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
2. Étudier le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
3. Calculer $g(0)$ et dresser le tableau de variations de g (le calcul des limites aux bornes n'est pas demandé)
4. En déduire que pour tout x de $\mathbb{R}$: $g(x) \geqslant 1$

Partie II :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x+1)e^{-x} + x - 1$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. 1.a. Montrer que $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ et calculer $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$

   1.b. Donner une interprétation géométrique du résultat.

2. 2.a. Calculer $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\big(f(x) - (x-1)\big)$

   2.b. Donner une interprétation géométrique du résultat.

3. 3.a. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{e^x}$

   3.b. En déduire que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

   3.c. Dresser le tableau de variations de f.

   3.d. Donner l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse 0.

   3.e. Résoudre l'équation $f(x) = x - 1$ et en déduire les coordonnées du point d'intersection de (C_f) et la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$.

4. 4.a. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f''(x) = e^{-x}(x-1)$

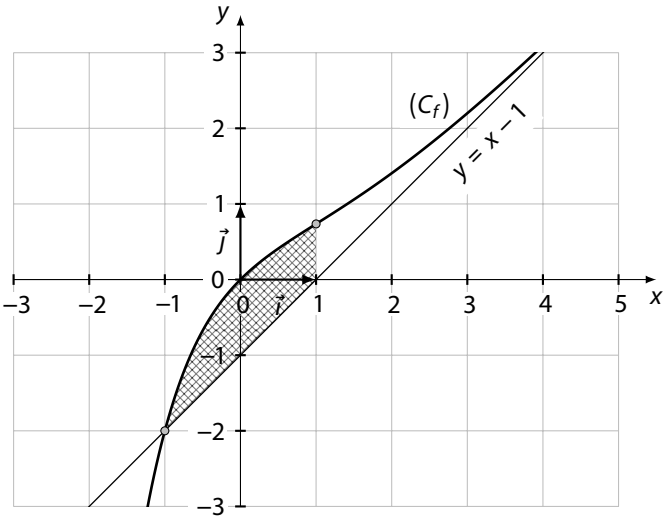
   4.b. Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées.

5. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f dans le repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$

   5.a. En utilisant une intégration par parties, montrer que :

$$\int_{-1}^{1}(x+1)e^{-x}dx = e - \frac{3}{e}$$

   5.b. Calculer l'aire de la partie hachurée de la figure.



Rattrapage 2018

Partie I :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - x$$

1. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
2. Montrer que $g'(x) \leqslant 0$ sur $]-\infty, 0]$ et que $g'(x) \geqslant 0$ sur $[0, +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de g

   (le calcul des limites en $-\infty$ et en $+\infty$ n'est pas demandé)
3. En déduire que $e^x - x > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

Partie II :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{e^x}{e^x - x}$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Montrer que l'ensemble de définition de f est $D_f = \mathbb{R}$
2. 2.a. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

   puis donner une interprétation géométrique du résultat.

   2.b. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

   puis donner une interprétation géométrique du résultat.
3. 3.a. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} \big(f(x) - (x-1)\big)$

   3.b. Donner une interprétation géométrique du résultat.
4. 4.a. Montrer que $f'(x) = \dfrac{(1-x)e^x}{(e^x - x)^2}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

   4.b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de f.

   4.c. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$
5. Tracer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la tangente (T), la droite d'équation $y = 1$ puis la courbe (C_f)

   (on prendra $\dfrac{e}{e-1} \simeq 1,6$ et $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2\,\text{cm}$)

   On admettra que (C_f) a deux points d'inflexions $J(0,1)$ et K d'abscisse a tel que $1,5 < a < 2$

Rattrapage 2017

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)e^x$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. 1.a. Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$

   puis donner une interprétation géométrique du résultat.

   1.b. Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

   et donner une interprétation géométrique du résultat.

   1.c. Montrer que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x<0}} f(x) = +\infty$ et que $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x>0}} f(x) = -\infty$

   puis donner une interprétation géométrique du résultat.
2. 2.a. Montrer que $f'(x) = \left(\dfrac{x^2 - x + 1}{x^2}\right)e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$

   2.b. Montrer que $f'(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$.

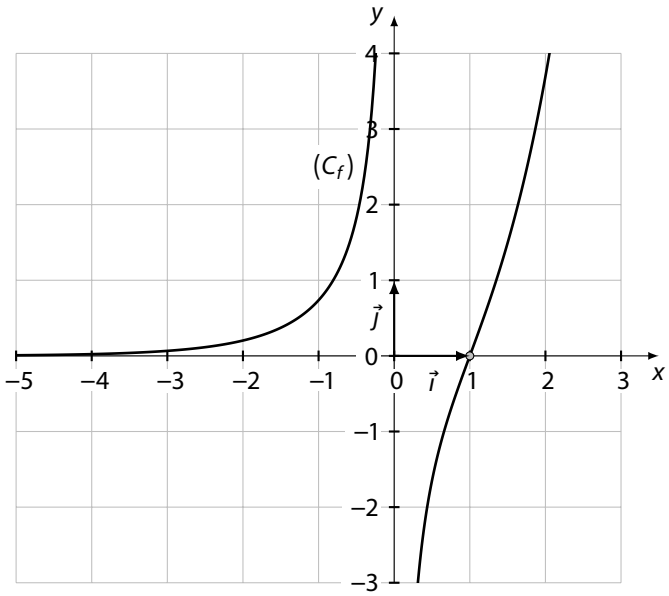
   2.c. En déduire le sens de variations de f sur $]-\infty, 0]$ et sur $[0, +\infty[$

   2.d. Calculer $f(1)$ et dresser le tableau de variations de f.
3. Dans la figure ci-dessous (C_f) est la courbe représentative de f.

   3.a. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 1

   3.b. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$

   3.c. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$



Rattrapage 2016

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f(x) = e^x(e^x - 4) + 3$

1.a. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
et donner une interprétation géométrique du résultat.

1.b. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

2. 2.a. Montrer que $f'(x) = 2e^x(e^x - 2)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

2.b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de f.

3. Vérifier que $f(x) = (e^x - 1)(e^x - 3)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis déterminer les deux points d'intersection de la courbe (C) avec l'axe des abscisses.

4. 4.a. Montrer que $f''(x) = 4e^x(e^x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

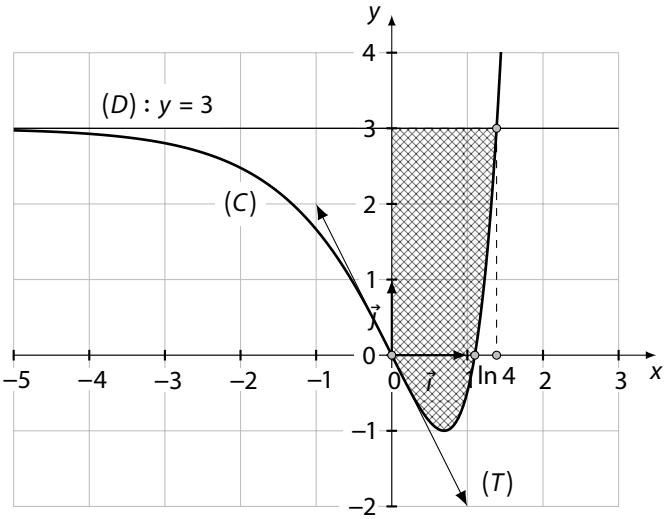
4.b. Étudier le signe de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis en déduire que le point $O(0, 0)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C).

5. Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point $O(0, 0)$

6. Dans la figure ci-dessous (C) est la courbe représentative de f et (D) est la droite d'équation $y = 3$

6.a. Déterminer le point d'intersection de (C) avec la droite (D)

6.b. Calculer l'aire de la partie hachurée.



Rattrapage 2014

Première partie :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - x$$

1. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis étudier son signe.

2. 2.a. Calculer $g(0)$ et dresser le tableau de variations de g
(le calcul des limites n'est pas demandé)

2.b. En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$

Deuxième partie :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2e^x - x^2$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

2. 2.a. Vérifier que $f(x) = 2x^2\left(\dfrac{e^x}{x^2} - \dfrac{1}{2}\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$

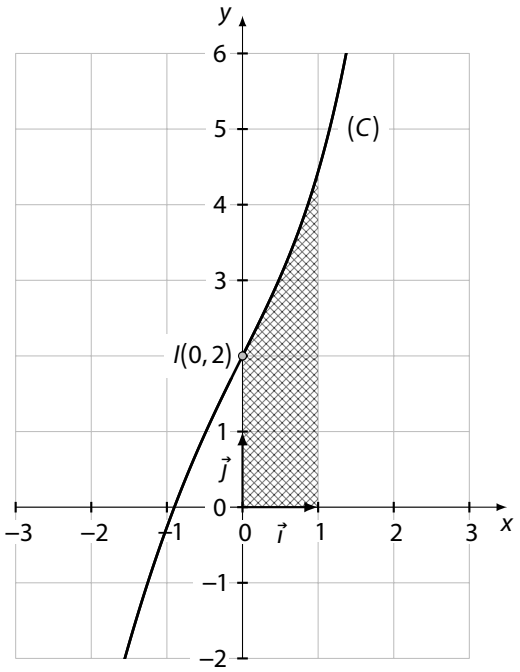
2.b. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

3. 3.a. Montrer que $f'(x) = 2g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

3.b. En déduire le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis donner le tableau de variations de f.

4. 4.a. Vérifier que $f''(x) = 2(e^x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$
et étudier le signe de $f''(x)$, puis en déduire que $I(0, 2)$ est un point d'inflexion de la courbe (C)

5. La représentation graphique ci-dessous est la partie de la courbe (C) sur l'intervalle $]-2, 2[$.
Calculer l'aire de la partie hachurée.



Ordinaire 2014

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x - 1)^2 e^x$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. 1.a. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

1.b. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

1.c. Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}^*$: $f(x) = \left(\dfrac{x-1}{x}\right)^2 x^2 e^x$

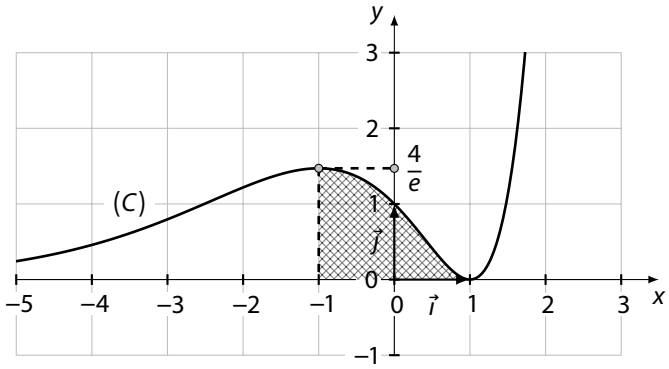
1.d. Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$
puis donner une interprétation géométrique du résultat.

2. 2.a. Montrer que $f'(x) = (x^2 - 1)e^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$

2.b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis calculer $f(-1)$ et $f(1)$ et donner le tableau de variations de f.

3. Montrer que la fonction F définie par $F(x) = (x^2 - 4x + 5)e^x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$

4. Dans la figure ci-dessous (C) est la courbe représentative de f.



4.a. En utilisant le résultat de la question 3. calculer l'aire de la partie hachurée.

4.b. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$

Ordinaire 2013

1. Vérifier que pour tout X de $\mathbb{R}$: $(X-4)(X-2) = X^2 - 6X + 8$
2. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation : $e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$

Rattrapage 2012

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3e^{2x} - 4e^x + 1$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Calculer la limite $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
   puis donner une interprétation géométrique du résultat.
2. Vérifier que $f(x) = e^x\left(3e^x - 4 + \frac{1}{e^x}\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$
   et calculer les limites $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$
   puis donner une interprétation géométrique du résultat.
3. 3.a. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = 2e^x\left(3e^x - 2\right)$

   3.b. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ et vérifier que $f\left(\ln\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}$
   puis dresser le tableau de variations de f.
4. 4.a. Vérifier que $f(x) = (3e^x - 1)(e^x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$

   4.b. En déduire que la courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point O et au point $I(-\ln 3, 0)$

   4.c. Montrer que $f''(x) = 4e^x(3e^x - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$
   et étudier le signe de $f''(x)$, puis en déduire que I est un point d'inflexion de la courbe (C)
5. Calculer $f'(0)$ et $f'(-\ln 3)$ et construire les points I et $B\left(\ln\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$
   et les tangentes de (C) aux points O et I et B respectivement, puis construire la courbe (C)
   (On prendra $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2$ cm et $\ln 2 \simeq 0,7$ et $\ln 3 \simeq 1,1$)

Rattrapage 2011

Première partie :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur $I =]-\infty, 0]$ par :

$$g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1} - \ln\left(1 + e^x\right)$$

et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Montrer que : $\forall x \in I,\ g'(x) = \frac{-e^{2x}}{(e^x+1)^2}$
2. 2.a. Calculer $g(0)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$

   2.b. Dresser le tableau de variations de g.
3. En déduire que : $\forall x \leqslant 0,\ g(x) < 0$
4. 4.a. Calculer $f''(x)$ pour tout x de I puis déduire la concavité de (C)

   4.b. Calculer $g'(0)$ et construire (C)
   (On prendra $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 4$ cm et $g(0) \simeq -0,2$)

Deuxième partie :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur I par :

$$f(x) = \frac{\ln\left(1 + e^x\right)}{e^x}$$

1. En posant $t = e^x$ montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$
2. Calculer $f'(x)$ pour tout x de I et en déduire que :
   $$\forall x \in I,\ f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$$
3. Calculer $f(0)$ et dresser le tableau de variations de g puis en déduire que : $\forall x \leqslant 0,\ \ln 2 \leqslant f(x) \leqslant 1$

Rattrapage 2010

Première partie :

On considère la fonction numérique h de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = x + 1 - e^x$$

1. Calculer $h'(x)$ et étudier son signe puis poser le tableau de variations de h (le calcul des limites n'est pas demandé)
2. En déduire que pour tout x de $\mathbb{R}$: $h(x) \leqslant 0$

Deuxième partie :

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 + 2x - 2e^x$$

et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Calculer la limite $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$
2. Donner une interprétation géométrique du résultat.
3. 3.a. Calculer les limites $\lim\limits_{n\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{n\to-\infty} \frac{f(x)}{x}$
   puis donner une interprétation géométrique du résultat.

   3.b. Calculer les limites $\lim\limits_{n\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$
   puis donner une interprétation géométrique du résultat.
4. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = 2h(x)$
   puis dresser le tableau de variations de f.
5. 5.a. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que α appartient à l'intervalle $]-2,2; -2[$

   5.b. Montrer que la courbe (C_f) admet un point d'inflexion I d'abscisse 0

   5.c. Calculer $f'(0)$ puis déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point I

   5.d. Construire la droite (T) et la courbe (C_f) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$